

Bestemmelse af Charakteristikerne i de elementære
Systemer af Flader af anden Orden.

Af Dr. phil. H. G. Zeuthen.

«Flader af anden Orden, der tilfredsstillende 8 Betingelser, danne et System.

I Overensstemmelse med Chasles og Jonquières (Comptes rendus tome LXI pag. 396 og tome LVIII pag. 567) betegner jeg ved Charakteristikerne μ , ν og ρ henholdsvis Antallene af Flader i et System, som gaae igjennem et givet Punkt, som røre en given ret Linie, eller som røre et givet Plan. — Elementære Systemer ere saadanne, som tilfredsstillende de Betingelser at gaae gennem givne Punkter, røre givne rette Linier og givne Planer. Ere Punkternes Antal α , Liniernes β og Planernes γ , betegnes et saadant System ved $(\alpha p, \beta l, \gamma P)$.

Ved Bestemmelsen af Charakteristikerne i saadanne Systemer benyttes følgende Sætninger, der gjælde om alle Systemer:

Antallet af Kegler, der høre til et System, er $2\rho - \nu$;

Antallet af plane Keglesnit, der høre til et System, er $2\mu - \nu$;

Antallet af saadanne særegne Flader i et System, som ere sammensatte af to Planer, hvis Forbindelseslinie er begrændset i to Punkter, er $2\nu - \mu - \rho$.*)

De to første Sætninger anfører Chasles (Comptes rendus LXI pag. 396); den sidste er ny.

μ , ν og ρ findes nu let, naar de tre omtalte Antal ere bekendte. Den største Vanskelighed ligger i at finde, hvormange Gange hver særegen Flade i et System skal medtages i de tre Antal. (Smkgn. mit «Nyt Bidrag til Læren om Systemer af Keglesnit» 24.) Den løses i den følgende Tavle derved, at Antallene af særegne Flader foreløbig indføres med ubekjendte

*) I den første Classe af særegne Flader have alle tre Axer, i den anden den ene og i den tredie de to Værdien 0.

Coefficienter, som derpaa bestemmes derved, at 1) Characteristiken μ i Systemet $((\alpha - 1)p, \beta l, \gamma P)$ er = Characteristiken ν i Systemet $(\alpha p, (\beta - 1)l, \gamma P)$ og = Characteristiken ρ i $(\alpha p, \beta l, (\gamma - 1)P)$, at 2) Characteristiken μ i $(8p)$ er = 1, og at 3) disse ubestemte Coefficienter skulle være hele og positive. Dualitetsprincippet kan benyttes til Bestemmelse af Characteristikerne i $(\alpha p, \beta l, \gamma P)$, ved dem i $(\gamma p, \beta l, \alpha P)$.

Da man saaledes benytter de allerede fundne Characteristiker i et System ved Bestemmelsen af Characteristikerne i andre, maa man gaae frem i en vis Orden, som i Tavlen angives ved Nummere. Særligt anføres hver Gang, hvilke Characteristiker man allerede har bestemt under Behandlingen af foregaaende Systemer.

Antallene af Kegler og plane Keglesnit i Systemerne ere tagne efter Chasles's Meddelelse til Pariseracademiet i Comptes rendu for 4de Septbr. 1865.»

1) (8 p) $\begin{array}{l l} 2q - v = 4x & \mu = 1 \\ 2\mu - v = 0 & x = 1 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 1, v = 2, q = 3$	10) (7 p, l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 8x & \mu = 2 \\ 2\mu - v = 0 & x = 1 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 2, v = 4, q = 6$	18) (6 p, 2 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 16x & \mu = 4 \\ 2\mu - v = 0 & x = 1 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 4, v = 8, q = 12$	25) (5 p, 3 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 32x & \mu = 8 \\ 2\mu - v = 0 & x = 1 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 8, v = 16, q = 24$	27) (4 p, 4 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 64x & \mu = 16 \\ 2\mu - v = 0 & x = 1 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 16, v = 32, q = 48$	32) (3 p, 5 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 104x & \mu = 32 \\ 2\mu - v = u & q = 80 \\ 2v - \mu - q = 0 & x = 1 \\ & u = 8 \end{array}$ $\mu = 32, v = 56, q = 80$	39) (2 p, 6 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 128x & \mu = 56 \\ 2\mu - v = 8u & q = 104 \\ 2v - \mu - q = 0 & x = 1 \\ & u = 4 \end{array}$ $\mu = 56, v = 80, q = 104$	42) (p, 7 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 116x & \mu = 80 \\ 2\mu - v = 34u & q = 104 \\ 2v - \mu - q = 0 & x = 1, u = 2 \end{array}$ $\mu = 80, v = 92, q = 104$	44) (8 l) $\begin{array}{l l} 2q - v = 92x^1 & \mu = 92 = q \\ 2\mu - v = 92u & x = 1 \\ 2q - \mu - v = 0 & \end{array}$ $\mu = 92, v = 92, q = 92$
2) (7 p, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 6x & \mu = 3 \\ 2\mu - v = 0 & x = 2 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 3, v = 6, q = 9$	11) (6 p, l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 12x & \mu = 6 \\ 2\mu - v = 0 & x = 2 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 6, v = 12, q = 18$	19) (5 p, 2 l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 24x & \mu = 12 \\ 2\mu - v = 0 & x = 2 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 12, v = 24, q = 36$	26) (4 p, 3 l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 48x & \mu = 24 \\ 2\mu - v = 0 & x = 2 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 24, v = 48, q = 72$	28b) (1) (3 p, 4 l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 72x^1 & \mu = 48 \\ 2\mu - v = 2u^1 & x^1 = 2, u^1 = 8 \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 48, v = 80, q = 112$	33) (2 p, 5 l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 76x & \mu = 80 \\ 2\mu - v = 14u & x = 2 \\ 2v - \mu - q = 0 & u = 4 \end{array}$ $\mu = 80, v = 104, q = 128$	40) (p, 6 l, P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 52x & \mu = 104 = q \\ 2\mu - v = 52u & x = 2 = u \\ 2v - \mu - q = 0 & \end{array}$ $\mu = 104, v = 104, q = 104$	43) (7 l, P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 104, v = 92, q = 80$	1) Efter Chasles's for citerede Meddelelse skulde her staae 132 i Stedet for 92. Det viser sig imidlertid ikke alene ved den her foreliggende Undersøgelse, at Værdien 132 umulig kan være rigtig; men jeg har ogsaa ad anden Vei funden Værdien 92.
3) (6 p, 2 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 4x & \mu = 9 \\ 2\mu - v = 0 & x = 4 \\ 2v - \mu - q = 10y & y = 1 \end{array}$ $\mu = 9, v = 18, q = 17$	12) (5 p, l, 2 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 8x & \mu = 18 \\ 2\mu - v = 0 & x = 4 \\ 2v - \mu - q = 10y & y = 2 \end{array}$ $\mu = 18, v = 36, q = 34$	20) (4 p, 2 l, 2 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 16x & \mu = 36 \\ 2\mu - v = 0 & q = 68 \\ 2v - \mu - q = 4y + 6z & x = 4 \\ & 2y + 3z = 20 \end{array}$ $\mu = 36, v = 72, q = 68$	28a) (1) (3 p, 3 l, 2 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 24x & \mu = 72 \\ 2\mu - v = 4u & q = 104 \\ 2v - \mu - q = 6z & x = 4, u = 8, z = 8 \end{array}$ $\mu = 72, v = 112, q = 104$	34) (2 p, 4 l, 2 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 24x & \mu = 112 = q \\ 2\mu - v = 24u & v = 128 \\ 2v - \mu - q = 2s & x = 4 = u \\ & s = 16 \end{array}$ $\mu = 112, v = 128, q = 112$	37) (p, 5 l, 2 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 128, v = 104, q = 80$	41) (6 l, 2 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 104, v = 80, q = 56$		
4) (5 p, 3 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = x & \mu = 17 \\ 2\mu - v = 0 & x = 8 \\ 2v - \mu - q = 30y & y = 1 \end{array}$ $\mu = 17, v = 34, q = 21$	13) (4 p, l, 3 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 2x & \mu = 34 \\ 2\mu - v = 0 & q = 42 \\ 2v - \mu - q = 12y + 18z & x = 8 \\ & y = 2 \\ & z = 2 \end{array}$ $\mu = 34, v = 68, q = 42$	21) (3 p, 2 l, 3 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 4x & \mu = q = 68 \\ 2\mu - v = 4u & x = 8 = u \\ 2v - \mu - q = 18z & z = 4 \\ & y = 2 \\ & z = 2 \end{array}$ $\mu = 68, v = 104, q = 68$	29) (2 p, 3 l, 3 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 104, v = 112, q = 72$	35) (p, 4 l, 3 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 112, v = 80, q = 48$	38) (5 l, 3 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 80, v = 56, q = 32$			
5) (4 p, 4 P) $\begin{array}{l l} 2q - v = 0 & \mu = 21 \\ 2\mu - v = 0 & y = 2 \\ 2v - \mu - q = 12y + 18z & z = 1 \end{array}$ $\mu = 21, v = 42, q = 21$	14) (3 p, l, 4 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 42, v = 68, q = 34$	22) (2 p, 2 l, 4 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 68, v = 72, q = 36$	30) (p, 3 l, 4 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 72, v = 48, q = 24$	36) (4 l, 4 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 48, v = 32, q = 16$				
6) (3 p, 5 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 21, v = 34, q = 17$	15) (2 p, l, 5 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 34, v = 36, q = 18$	23) (p, 2 l, 5 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 36, v = 24, q = 12$	31) (3 l, 5 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 24, v = 16, q = 8$					
7) (2 p, 6 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 17, v = 18, q = 9$	16) (p, l, 6 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 18, v = 12, q = 6$	24) (2 l, 6 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 12, v = 8, q = 4$						
8) (p, 7 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 9, v = 6, q = 3$	17) (l, 7 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 6, v = 4, q = 2$							
9) (8 P) Ifølge Dualitetsprincippet: $\mu = 3, v = 2, q = 1$								